



# Instrumentație inductivă pentru deplasări liniare

Așadar, liniile de câmp magnetic se închid prin miezul magnetic de lungime medie  $l_m$  și prin aer de lungime  $2\delta$ . Se admite că expansiunea liniilor de câmp în aer este cu 10% mai mare comparativ cu porțiunea din miezul magnetic.

Realizările practice ale acestor elemente sensibile folosesc ca material magnetic fierul moale, de unde și folosirea noțiunii de întrefier regăsită în denumirea acestora.

În general inductanța unei bobine este dată de expresia

$$L = \frac{N^2}{\sum_{k=1}^n \frac{l_k}{\mu_k S_k}} \quad \text{unde } l_k \text{ este lungimea liniei de câmp în mediul cu permeabilitatea } \mu_k \text{ și de secțiune } S_k \text{ care, pentru elementul sensibil din fig.a, devine}$$

$$L = \frac{N^2}{\frac{l_m}{\mu_0 \mu_r S_{Fe}} + \frac{2\delta}{\mu_0 S_{aer}}}$$

Deoarece s-a presupus că  $S_{aer} = 1,1 \cdot S_{Fe}$  rezultă că

$$L = \frac{N^2}{\frac{l_m}{\mu_0 \mu_r S_{Fe}} + \frac{2\delta}{\mu_0 \cdot 1,1 S_{Fe}}} = \frac{1,1 \mu_0 S_{Fe} N^2}{\frac{1,1 l_m}{\mu_r} + 2\delta} = \frac{0,55 \mu_0 S_{Fe} N^2}{0,55 \frac{l_m}{\mu_r} + \delta_0 \pm x}$$

# Instrumentație inductivă pentru deplasări liniare

Așadar 
$$L = \frac{k_1}{k_2 + (\delta_0 \pm x)}$$

a cărei reprezentare este dată în fig.b, remarcându-se caracterul nelinier al dependenței  $L = f(\delta)$ . Din această cauză funcționarea acestor traductoare se face pentru deplasări mici, de ordinul zecilor de  $\mu\text{m}$ , în jurul unui punct de funcționare  $\delta_0$  ales din considerente de sensibilitate și liniaritate. De exemplu, pentru  $x = (0,1 \dots 0,2) \cdot \delta_0$  rezultă eroarea de neliniaritate  $\varepsilon_{nel} \leq 2\%$ .

**B.1.2. Montajul diferențial** – fig.c – se obține din două miezuri magnetice fixe și un singur miez mobil aflat în câmpul magnetic al celor două fixe.

Acest montaj prezintă avantajul unei creșteri de sensibilitate, extensia domeniului de utilizare și creșterea liniarității, comparativ cu montajul simplu.

Are loc următorul lanț de transformări:  $x \rightarrow \delta \rightarrow \mathfrak{R} \rightarrow L \rightarrow Z \rightarrow \underline{U}_d$

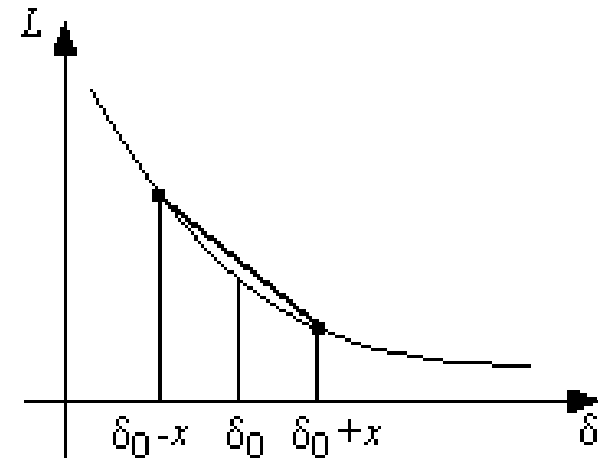


Fig.b. Dependența  $L = f(\delta)$  pentru elementul inductiv cu întrefier variabil în montaj simplu

# Instrumentație inductivă pentru deplasări liniare

Fie  $\underline{Z} = R_b + j\omega L_b$  impedanța unei bobine, unde  $R_b$  este rezistența bobinei,  $L_b$  inductanța bobinei, astfel că

$$Z + \Delta Z = \sqrt{R_b^2 + \omega^2 (L_b + \Delta L)^2}.$$

Deoarece  $R_b \ll \omega L_b$  rezultă că  $Z + \Delta Z \approx \omega(L_b + \Delta L)$ , iar în ipoteza că cele două bobine sunt egale ( $N_1 = N_2 = N$ ), pentru o deplasare  $x$  într-o direcție dată se obține

$$Z_1 + \Delta Z \cong (L_0 + \Delta L)\omega$$

$$Z_2 - \Delta Z \cong (L_0 - \Delta L)\omega$$

unde  $L_0$  este valoarea pe care o au cele două inductanțe când miezul mobil (MMM) este egal depărtat de miezurile fixe (MMF<sub>1</sub> și MMF<sub>2</sub>).

Ținând seama de ipotezele simplificatoare anterior expuse rezultă că schema electrică echivalentă a elementului sensibil din fig.c arată ca în fig.d, astfel că:

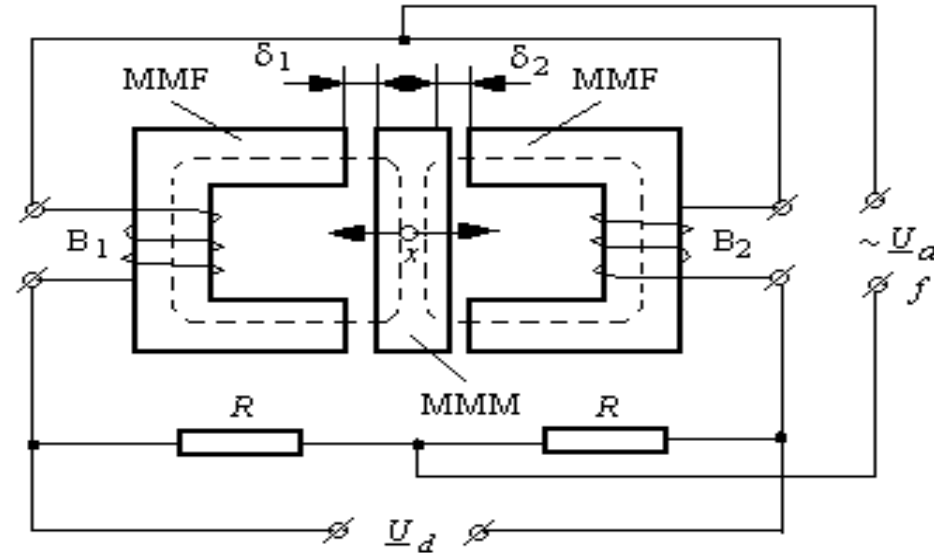


Fig.c. Montajul diferențial al traductorului inductiv cu întrefier variabil

# Instrumentație inductivă pentru deplasări liniare

$$\underline{U}_d = \underline{U}_a \left[ \frac{j\omega(L_0 + \Delta L)}{R + j\omega(L_0 + \Delta L)} - \frac{j\omega(L_0 - \Delta L)}{R + j\omega(L_0 - \Delta L)} \right].$$

Deoarece  $\Delta L \ll L_0$  rezultă, cu bună aproximație,

$$\underline{U}_d = \underline{U}_a \left[ \frac{j\omega(L_0 + \Delta L)}{R + j\omega L_0} - \frac{j\omega(L_0 - \Delta L)}{R + j\omega L_0} \right] = \underline{U}_a \frac{j\omega 2\Delta L}{R + j\omega L_0},$$

așadar se observă că sensibilitatea se dublează.

Deoarece pentru  $\delta_1 = \delta_2 = \delta$  rezultă  $\Delta L = 0$  aceasta implică  $\underline{U}_d = 0$ , astfel că – la trecerea dintr-un sens prin valoarea  $\delta_0$  – tensiunea  $\underline{U}_d$  va schimba de fază cu  $\pi$  radiani.

Trasând variația cu  $x$  a celor două inductanțe se observă – fig.e – că rezultă curba diferență cu o liniaritate bună pe un domeniu extins de variație a lui  $x$  ( $x \in (0,2 \dots 0,4)\delta_0$ ). Domeniul de utilizare este 1 ... 2 mm sau fracțiuni de mm.

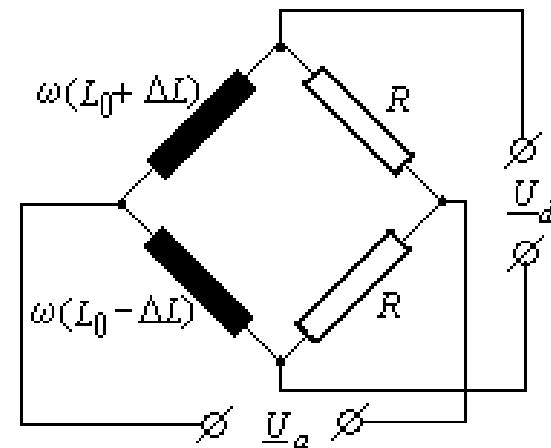


Fig.d. Schema electrică echivalentă a montajului diferențial din fig.5.5.12

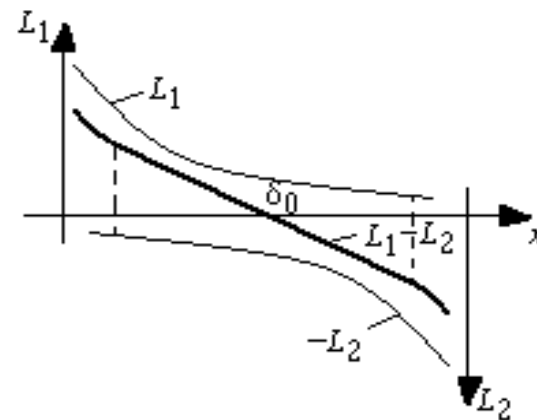


Fig.e. Dependența  $L_1 - L_2$  funcție de deplasarea  $x$

# Instrumentație inductivă pentru deplasări liniare

## B.2. Instrumentație inductivă cu miez mobil

**B.2.1. Montajul simplu** – fig.f,a – este, în principiu, alcătuit dintr-o bobină cilindrică, în interiorul căreia se poate deplasa un miez mobil sub acțiunea mărimii de măsurat. De remarcat faptul că o mare parte din flux se închide prin aer, ceea ce conduce la pierderi importante, iar câmpul solenoidal nu este constant în funcție de  $x$ . Pentru bobina fără miez câmpul magnetic are variația din fig.f,b.

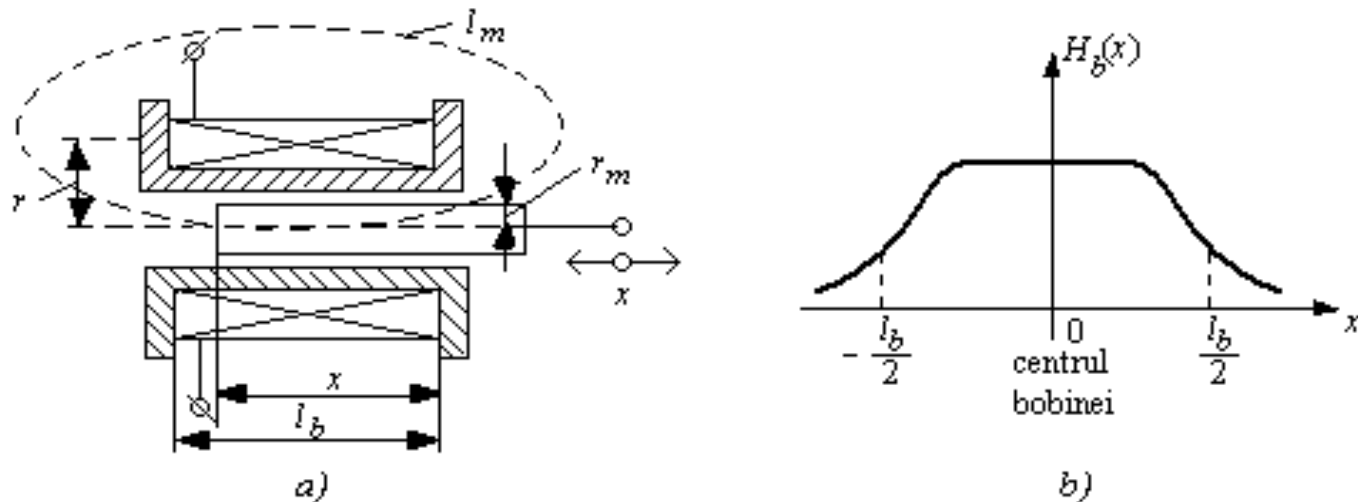


Fig.f. Montajul simplu al instrumentației inductive cu miez mobil a) și variația câmpului magnetic prin bobină b)

# Instrumentație inductivă pentru deplasări liniare

Pentru scrierea unor relații de funcționare mai simple se procedează la aproximații pentru deplasări  $x$  mici. Astfel, pentru bobina fără miez

$$L \cong \frac{N^2}{\frac{l_b}{\mu_0 \pi r^2}} = \frac{\mu_0 \pi r^2 N^2}{l_b} \quad \text{unde } r \text{ este raza medie a bobinei și } l_b \text{ lungimea bobinei (s-a presupus cazul unei bobine lungi astfel că, în exteriorul acesteia, câmpul este neglijabil).}$$

Dacă miezul magnetic este introdus complet în interiorul bobinei atunci

$$L \cong \frac{\mu_0 \pi N^2}{l_b} \left[ (r^2 - r_m^2) + \mu_r r_m^2 \right] = \frac{\mu_0 \pi N^2}{l_b} \left[ r^2 + (\mu_r - 1) r_m^2 \right]$$

Dacă miezul este introdus pe o distanță  $x < l_b$  atunci

$$L \cong \frac{\mu_0 \pi N^2}{l_b} \left[ r^2 (l_b - x) + (\mu_r - 1) r_m^2 x \right] = \frac{\mu_0 \pi N^2}{l_b} \left[ r^2 l_b - (r^2 + r_m^2) x + \mu_r r_m^2 x \right] = f(x)$$

remarcându-se la acest tip de element sensibil caracterul liniar al dependenței inductanței de deplasare.

# Instrumentație inductivă pentru deplasări liniare

**B.2.2. Montajul diferențial** – fig.g,a – se realizează din două bobine identice, de obicei de formă cilindrică, dispuse una în prelungirea celeilalte, prin interiorul cărora trece miezul magnetic.

Se utilizează, de asemenea, montaje în punte pentru preluarea variațiilor de inductanțe ca la varianta diferențială cu întrefier variabil, așa cum este exemplificat în fig.g,b.

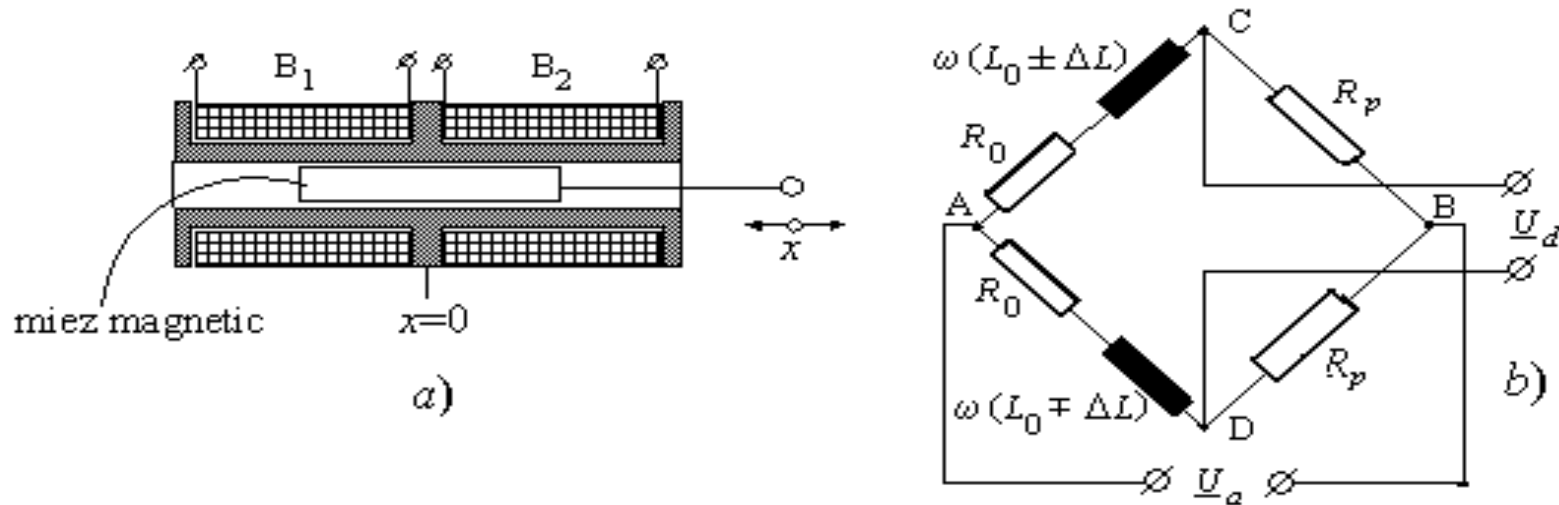


Fig.g. Montajul diferențial al elementului sensibil inductiv cu miez mobil:  
a) - schema de principiu; b) - schema electrică echivalentă



# Instrumentație inductivă pentru deplasări liniare

Pentru un  $x \neq 0$  apare un dezechilibru al punții dependent de valoarea deplasării  $x$ , iar faza tensiunii de dezechilibru  $\underline{U}_d$  depinde de sensul deplasării față de poziția de zero. Într-adevăr, scriind tensiunea de dezechilibru (datorită modului de construcție a celor două bobine se neglijează inductivitatea mutuală):

$$\underline{U}_d = \underline{U}_a \left( \frac{R_p}{R_p + R_0 + j\omega(L_0 \pm \Delta L)} - \frac{R_p}{R_p + R_0 + j\omega(L_0 \mp \Delta L)} \right) \quad (**)$$

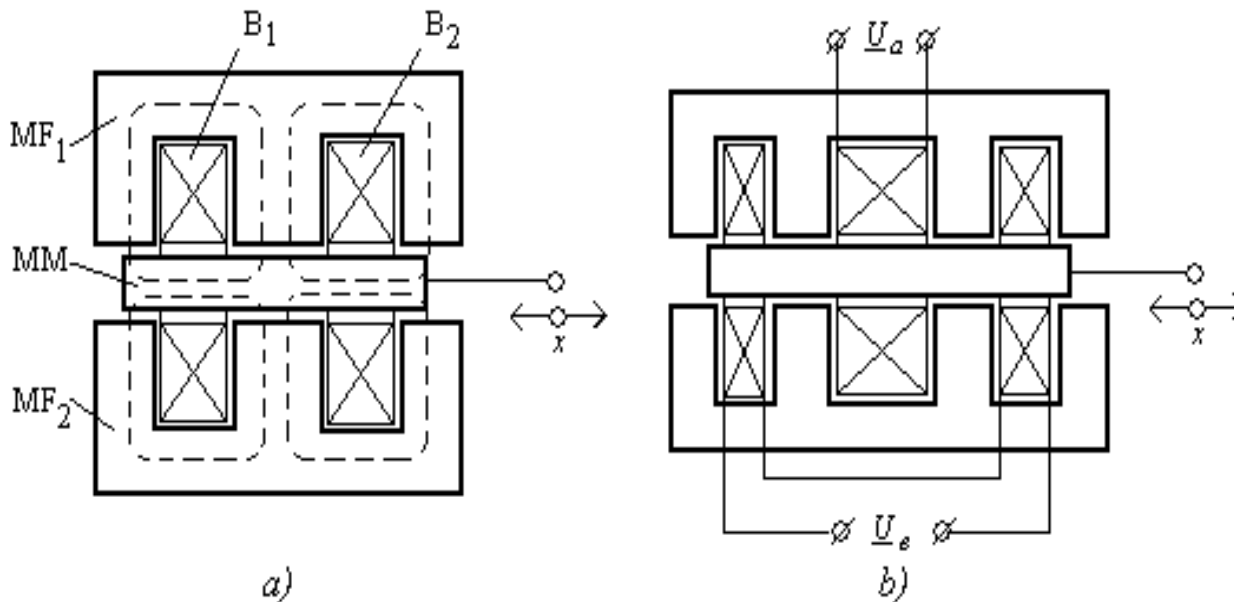
și - ținând seama că  $(\Delta L)^2 \ll L_0^2$  - după prelucrare relația (\*\*) devine:

$$\underline{U}_d \cong \underline{U}_a \frac{\mp 2j\omega R_p \cdot \Delta L}{(R_p + R_0 + j\omega L_0)^2} \quad \begin{array}{l} \text{deci amplitudinea tensiunii de dezechilibru - considerată} \\ \text{în modul - este proporțională cu variația de inductivitate} \\ \Delta L. \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Deoarece } \arg \underline{U}_d &= \arg(\mp 2j\omega R_p \Delta L) - \arg(R_p + R_0 + j\omega L_0)^2 = \\ &= \mp \frac{\pi}{2} - \arctg \frac{2\omega L_0 (R_p + R_0)}{(R_p + R_0)^2 - \omega^2 L_0^2}. \end{aligned}$$

# Instrumentație inductivă pentru deplasări liniare

Rezultă că, dacă se asigură condiția  $(R_p + R_0)^2 - \omega^2 L_0^2 = 0$  prin alegerea corespunzătoare a rezistenței  $R_p$ , atunci - față de poziția de echilibru -  $\arg \underline{U}_d$  poate fi  $-\pi$  [rad] sau  $0$  [rad], deci prin discriminarea fazei tensiunii de dezechilibru se asigură găsirea sensului deplasării  $x$  în raport cu poziția de echilibru  $x = 0$ .



În realizările industriale, instrumentația inductivă cu miez mobil în montaj diferențial se construiește pe domenii de la 10 mm la 10 cm; o ameliorare a neliniarităților se obține în variante cu circuitul magnetic închis – în cea mai mare parte - prin material magnetic, dar domeniul de măsurare este mai mic.

Fig.h. Instrumentație inductivă cu miez mobil în montaj diferențial cu circuitul magnetic închis

# Instrumentație inductivă pentru deplasări liniare

Principial, în fig.h sunt prezentate astfel de variante; la varianta diferențială din fig.h,a cele două bobine sunt – fie sub formă paralelipipedică, fie sub formă toroidală - iar materialul magnetic are o formă adecvată pentru a garanta închiderea corectă a liniilor de câmp (se observă că zona din mijloc a miezului este mai lată pentru a permite decuplarea fluxurilor celor două bobine).

Varianta tip transformator – exemplificată în fig.h,b – este alcătuită dintr-o înfășurare primară alimentată în c.a. sinusoidal și două înfășurări secundare conectate diferențial, la ieșirea cărora se obține un semnal alternativ sinusoidal având amplitudinea proporțională cu deplasarea  $x$  și faza dependentă de poziția miezului mobil în raport cu valoarea  $x = 0$ . Această variantă este cea mai răspândită în realizările de firmă, întrucât are o bună liniaritate și sensibilitate, precum și o protecție ridicată la perturbațiile externe (câmpuri magnetice și electrice). De asemenea, astfel de configurații au avantajul că nu mai necesită scheme de măsurare speciale (punți de c.a. ca în cazurile anterioare).

# C. Instrumentație capacitivă pentru deplasări și dimensiuni

## C. Instrumentație capacitivă pentru deplasări și dimensiuni

Principiul de funcționare al instrumentației capacitivă se bazează pe variația unuia dintre elementele care definesc o capacitate plană sau cilindrică, adică:

$$C = \frac{\epsilon S}{d} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d} \quad \text{pentru capacitatea plană (fig.i,a);}$$

$$C = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln \frac{D}{d}} = \frac{2\pi\epsilon_0 \epsilon_r l}{\ln \frac{D}{d}} \quad \text{pentru capacitatea cilindrică (fig.i,b).}$$

În cazul condensatorului plan se pot modifica practic toate cele trei elemente ale acestuia; pentru condensatorul cilindric se modifică – în general – numai permitivitatea relativă  $\epsilon_r$ .

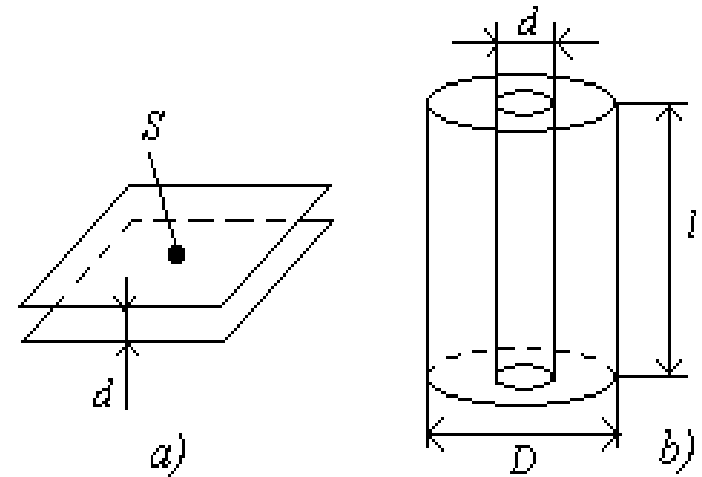


Fig.i. Reprezentarea schematică a condensatoarelor plane a) și cilindrice b)

# C. Instrumentație capacitivă pentru deplasări și dimensiuni

## C.1. Elemente sensibile capacitivă cu variația distanței dintre armături

Pentru o variație  $\pm x$  față de poziția  $\delta_0$  ( $\delta = \delta_0$  când  $x = 0$ ) expresia capacității este (fig.j,a)

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{\delta_0 \pm x}$$

a cărei dependență este reprezentată în fig.j,b. Se observă că dependența este neliniară, astfel că funcționarea acestor tipuri de elemente sensibile se face pe domenii mici în jurul unui punct de funcționare  $\delta_0$  (alegerea lui  $\delta_0$  se face în ideea obținerii unei sensibilități cât mai bune).

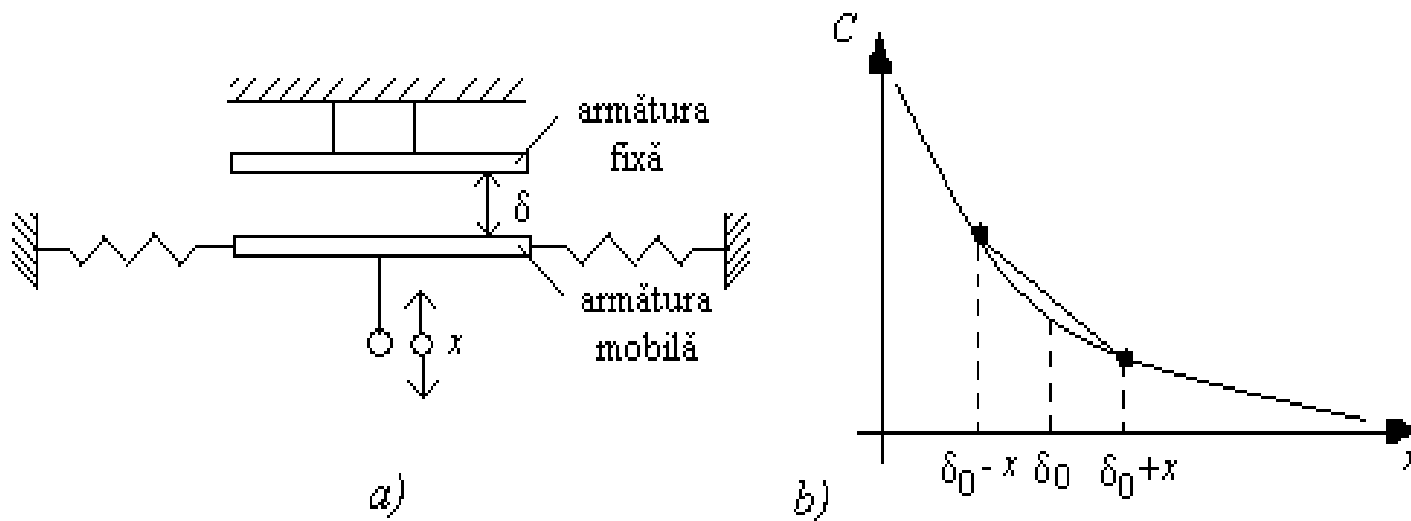


Fig.j. Element sensibil capacitiv cu variația distanței dintre armături:

a) – schema de principiu; b) – variația capacității cu deplasarea

# C. Instrumentație capacitivă pentru deplasări și dimensiuni

Cum sensibilitatea elementului sensibil este

$$S = \frac{dC}{dx} = \mp \frac{\epsilon S}{(\delta_0 \pm x)^2} = \mp \frac{C}{\delta_0 \pm x},$$

sau în valori relative

$$S_r = \frac{dC/C}{dx/x} = \mp \frac{x}{\delta_0 \pm x}$$

se observă că obținerea unei sensibilități ridicate conduce la valori mici pentru  $\delta_0$ .

Dar  $\delta_0$  nu poate fi micșorat foarte mult întrucât poate apare fenomenul de străpungere a dielectricului, în consecință și tensiunile cu care se lucrează sunt de valori scăzute.

Mai avantajoase sunt *montajele diferențiale* – fig.h. Capacitatea echivalentă, având în vedere că  $C_1$  și  $C_2$  sunt în serie, este

$$C_e = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}.$$

Când  $C_1 = C_2$  ( $x = 0$ ) atunci  $C_e = \frac{C_1}{2} = \frac{C_2}{2} = \frac{\epsilon S}{2\delta_0}.$

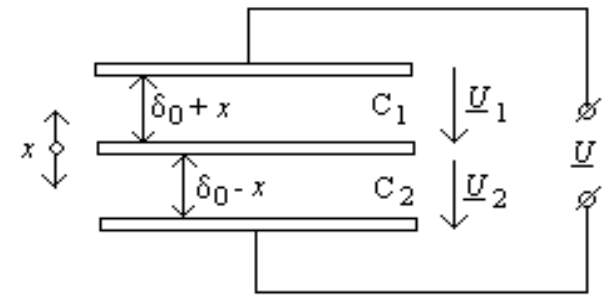


Fig.h. Element sensibil capacitiv de deplasare cu variația distanței dintre armături în montaj diferențial

# C. Instrumentație capacitivă pentru deplasări și dimensiuni

Pentru  $x \neq 0$  rezultă  $C_1 = \frac{\epsilon S}{\delta_0 + x}$  și  $C_2 = \frac{\epsilon S}{\delta_0 - x}$  iar

$$C_e = \frac{\frac{\epsilon S}{\delta_0 + x} \cdot \frac{\epsilon S}{\delta_0 - x}}{\frac{\epsilon S}{\delta_0 + x} + \frac{\epsilon S}{\delta_0 - x}} = \frac{\epsilon S}{\delta_0 - x + \delta_0 + x} = \frac{\epsilon S}{2\delta_0}$$

deci aceeași valoare ca la echilibru. Se observă independența capacității echivalente  $C_e$  de  $x$ .

Acest aspect se regăsește la alimentarea diferențială cu o tensiune alternativă  $\underline{U}$  așa cum este prezentat în fig.h. La bornele celor două condensatoare se obțin valorile

$$U_1 = \frac{U}{\left(\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}\right)^{-1}} \cdot \frac{1}{C_1} = \frac{U C_2}{C_1 + C_2} \quad \text{și} \quad U_2 = \frac{U}{\left(\frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}\right)^{-1}} \cdot \frac{1}{C_2} = \frac{U C_1}{C_1 + C_2}$$

Înlocuind expresiile capacităților  $C_1$  și  $C_2$  se obține

# C. Instrumentație capacitivă pentru deplasări și dimensiuni

$$U_1 = U \frac{\frac{\epsilon S}{\delta_0 - x}}{\frac{\epsilon S}{\delta_0 + x} + \frac{\epsilon S}{\delta_0 - x}} = U \frac{\delta_0 + x}{2\delta_0} \quad \text{și} \quad U_2 = U \frac{\frac{\epsilon S}{\delta_0 + x}}{\frac{\epsilon S}{\delta_0 + x} + \frac{\epsilon S}{\delta_0 - x}} = U \frac{\delta_0 - x}{2\delta_0}$$

astfel că

$$\Delta U = U_1 - U_2 = U \frac{x}{\delta_0}$$

deci variația de tensiune se modifică linear cu  $x$  (teoretic,  $-\delta_0 \leq x \leq +\delta_0$ , iar pentru  $x = \delta_0$  diferența de tensiune  $\Delta U$  schimbă de fază cu  $\pi$  radiani).

## C.2. Elemente sensibile capacitivă cu variația suprafeței active

La deplasarea cu o valoare  $x$  a laturii active “ $a$ ” (față de poziția inițială de zero) – fig.1 – rezultă

$$C = \frac{\epsilon(a - x)b}{\delta_0} \quad \text{deci o dependență liniară între } C \text{ și } x, \text{ iar sensibilitatea}$$

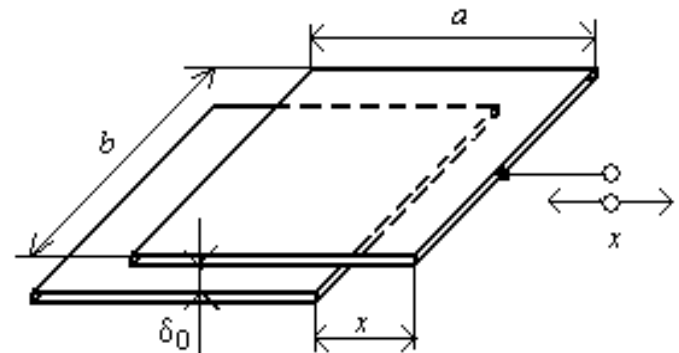


Fig.1. Traductor capacitiv de deplasare cu variația suprafeței active



# C. Instrumentație capacitivă pentru deplasări și dimensiuni

$$S = \frac{dC}{dx} = -\frac{\varepsilon b}{\delta_0} = \text{ct.}$$

este constantă pe tot domeniul de variație a deplasării  $x$ .

În practică aceste tipuri de elemente sensibile se utilizează la măsurarea deplasărilor unghiulare – fig.m,*a* – realizate în special în variantă diferențială – fig.m,*b* și *c*.

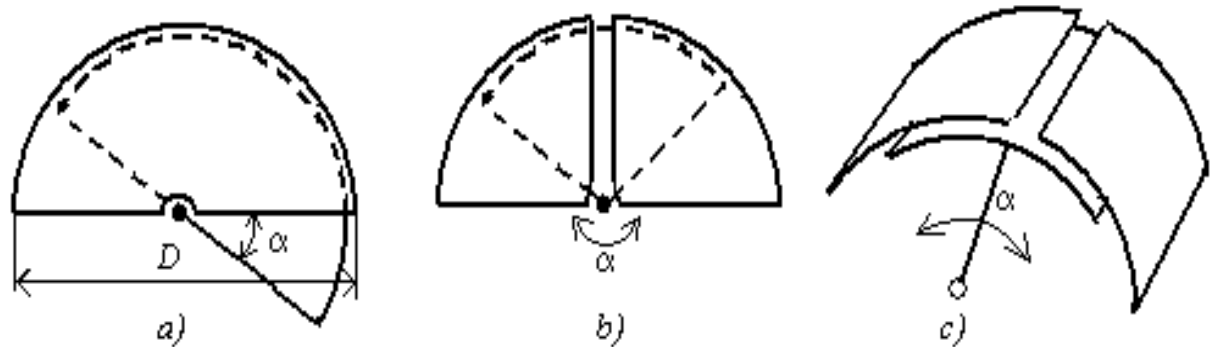


Fig.m. Variante de traductoare capacitiv utilizate la măsurarea deplasărilor unghiulare

Cu referire la fig.m,*a* când  $\alpha = 0$  rezultă  $C_0 = \frac{\varepsilon \pi D^2}{8\delta_0}$ , iar când  $\alpha \neq 0$  rezultă

$$C_0 = \frac{\varepsilon D^2}{8\delta_0} (\pi - \alpha), \quad \text{deci o variație liniară a lui } C \text{ cu } \alpha.$$

Pentru creșterea sensibilității se realizează baterii de condensatoare montate pe același ax, rezultând

# C. Instrumentație capacitivă pentru deplasări și dimensiuni

$$C = n \frac{\epsilon D^2}{8\delta_0} (\pi - \alpha) \quad |S| = \left| \frac{dC}{d\alpha} \right| = n \frac{\epsilon D^2}{8\delta_0} \quad \text{unde } n \text{ reprezintă numărul de capacități plane rotative puse în paralel.}$$

Pentru varianta diferențială (fig.m,b și c), când  $\alpha = 0$  rezultă  $C_1 = C_2 = C_0$

iar pentru cazul în care  $\alpha \neq 0$  se obține

$$C_1 = C_0 - \Delta C(\alpha) \quad \text{deci o variație a capacităților liniară cu deplasarea unghiulară } \alpha.$$

$$C_2 = C_0 + \Delta C(\alpha)$$

### C.3. Elemente sensibile capacitive cu variația dielectricului

Principial, aceste traductoare constau dintr-o capacitate plană în interiorul căreia se deplasează dielectricul acționat de mărimea de măsurat – fig.n. Se observă că valoarea capacității  $C$  este dată de două capacități dispuse în paralel, una având dielectricul  $\epsilon_r$  și alta ca dielectric aerul; în consecință

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r a x}{\delta_0} + \frac{\epsilon_0 a (h - x)}{\delta_0} = \frac{\epsilon_0 a}{\delta_0} [\epsilon_r x + (h - x)] \quad \text{sau}$$

# C. Instrumentație capacitivă pentru deplasări și dimensiuni

$$C = \frac{\epsilon_0 a}{\delta_0} [h + (\epsilon_r - 1)x],$$

deci o variație liniară a capacității  $C$  cu deplasarea  $x$ .

Aplicația tipică a acestor elemente sensibile este în măsurarea grosimii materialelor de foarte mici dimensiuni, în flux continuu – fig.o.

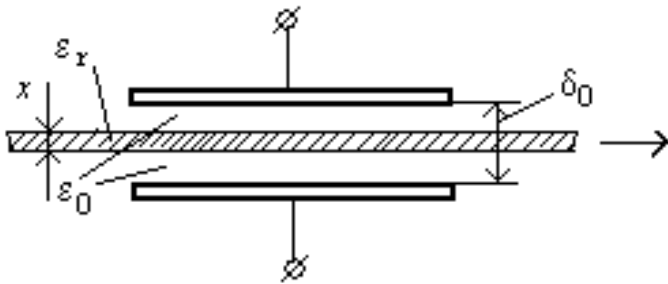


Fig.o. Principiul măsurării grosimilor cu traductoare capacitivă bazate pe variația dielectricului

Procedeeul constă în trecerea materialului în flux continuu printre armăturile unui condensator plan;

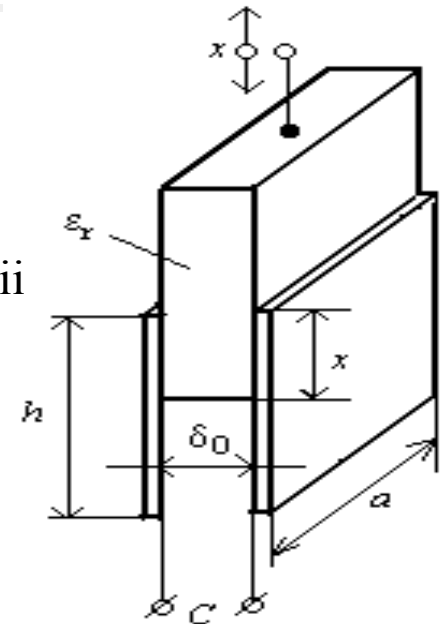


Fig.n. Principiul elementului sensibil capacitiv cu variația dielectricului

Cunoscându-se  $\epsilon_r$  al materialului, în ipoteza că acesta este omogen, se poate afla grosimea  $x$  a acestuia prin măsurarea capacității.

Capacitatea echivalentă este alcătuită din capacitatea cu dielectric  $\epsilon_r$  și distanța  $x$  dintre armături în serie cu capacitatea având dielectric aerul și distanța  $\delta_0 - x$  dintre armături, deci

# C. Instrumentație capacitivă pentru deplasări și dimensiuni

$$C = \frac{\frac{\epsilon_0 S}{\delta_0 - x} \cdot \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{x}}{\frac{\epsilon_0 S}{\delta_0 - x} + \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{x}} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{x + \epsilon_r (\delta_0 - x)} = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{\epsilon_r \delta_0 + (1 - \epsilon_r)x}.$$

Dependența obținută – conform relației anterioare – este una neliniară cu  $x$ . Este un instrument foarte sensibil, putând măsura grosimi până la ordinul  $\mu\text{m}$ .

*Schemele de măsurare* utilizate pentru prelucrarea variațiilor utile de la elementele sensibile capacitive sunt punțile de c.a. funcționând în regim dezechilibrat. De obicei capacitățile au valori mici, de ordinul pF-ilor, astfel că reactanța capacitivă  $X_C = 1/\omega C$  este de ordinul  $\text{M}\Omega$ -ilor, existând pericolul apariției perturbațiilor puternice. De aceea se lucrează la frecvențe mari pentru alimentarea punții, iar circuitele cu care se preia dezechilibrul au impedanțe de intrare foarte mari.