



Prelucrarea datelor experimentale afectate de erori sistematice

Incertitudinea dedusă prin procedee statistice (modalitatea prezentată la analiza și evaluarea erorilor aleatorii) constituie așa-numita *evaluare a incertitudinii de tip A*.

Dacă se folosește o metodă de evaluare a incertitudinii, alta decât analiza statistică a șirurilor de observații experimentale, rezultă așa-numita *evaluare a incertitudinii de tip B*.

→ Această ultimă modalitate se aplică în evaluarea erorilor sistematice, respectiv prelucrarea datelor obținute din experimentări care sunt afectate de erori sistematice.

Precizare: Nu există o metodologie generală de evaluare a erorilor sistematice; de regulă se recurge la analiza atentă a procesului de măsurare prin toate componentele sale (măsurand, metodă, aparat, etalon), erorile sistematice fiind determinate direct din particularitățile acestui proces.

Observație: Dacă analiza teoretică este complicată sau incompletă, se poate recurge la calea experimentală, fiind posibil de determinat erorile sistematice prin utilizarea de metode și aparate mai perfecționate, dublate de un control riguros al condițiilor de experimentare.

Prelucrarea datelor experimentale afectate de erori sistematice

Sucesiunea etapelor (prelucrarea datelor experimentale afectate de erori sistematice): analiza procesului concret de măsurare, evaluarea tuturor erorilor pentru care este posibilă găsirea unor valori certe, încadrarea într-un interval maxim de variație a erorilor ce nu pot fi evaluate, corecția datelor măsurate, încadrarea valorilor reale în raport de valorile corectate și intervalele estimate maxime.

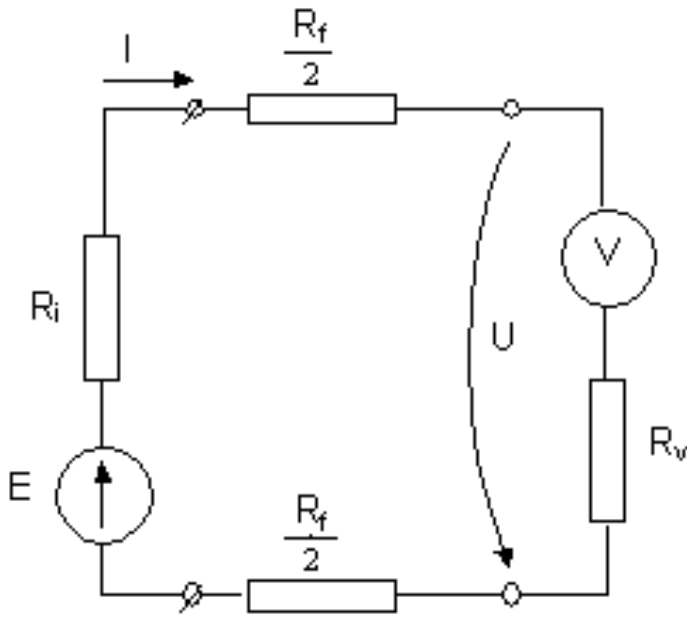
- După cauzele care le produc, *erorile sistematice* pot fi:
 - *de metodă*
 - *de aparat (instrumentale)*
 - *de influență*

A. Erori sistematice de metodă

■ Cauze: Se datoresc unor simplificări sau aproximări introduse pentru comoditate, sau imposibilității practice de realizare a condițiilor ideale care - teoretic - asigură efectuarea măsurării fără erori.

Exemplificare: măsurarea tensiunii sursei E cu un voltmetru V (figura ...)

Erori sistematice de metodă



➤ Se pune în evidență eroarea sistematică de metodă:

❖ Dacă spunem $E = U$ (U - tensiunea indicată de voltmetru presupusă egală cu cea rezultată din calcule) facem o aproximare prin lipsă, pentru că în realitate $U < E$;

$$I = \frac{E}{R_i + R_f + R_V};$$

și

$$U = R_V \cdot I = \frac{R_V}{R_i + R_f + R_V} E < E$$

$$\Delta E = U - E = -\frac{R_i + R_f}{R_i + R_f + R_V} E$$

Erori sistematice de metodă

Observație: ΔE are *caracter sistematic*, aceasta fiind determinată atât ca semn cât și ca valoare; are *caracterul unei erori de interacțiune* (arată modul în care aparatul de măsurat influențează obiectul măsurării).

Important: Eroarea sistematică ΔE este *identificabilă și controlabilă*, întrucât s-a găsit cauza care a determinat-o și s-a determinat valoarea acesteia.

Evident: Dacă se adoptă $R_v \gg R_i + R_f$ rezultă $\Delta E \rightarrow 0$ și $U \rightarrow E$.

In măsurările curenți, expeditiv, se renunță la corecția de eroare sistematică de metodă ΔE , deoarece voltmetrul are un consum energetic foarte mic; altfel spus, prin construcție, voltmetrele prezintă o rezistență R_v foarte mare, aceasta fiind parametrul de bază care le caracterizează d.p.d.v. energetic.

■ Puterea generată de sursa E, care prin integrare în timp dă energia, este:

$$P = E \cdot I = \frac{E^2}{R_i + R_f + R_V} \underset{R_i + R_f \ll R_V}{\approx} \frac{E^2}{R_V}$$

Concluzie: pentru ca erorile de consum energetic să fie neglijabile, trebuie ca puterea preluată de la mărimea de măsurat să nu depășească o anumită limită denumită *putere disponibilă*.

Erori sistematice de aparat (instrumentale)

■ **Cauze:** Erorile sistematice instrumentale sunt datorate - în principal - unor imperfecțiuni constructive sau de etalonare.

Exemple:

- *erori de construcție:* realizarea imperfectă a egalității brațelor de la o balanță cu brațele egale;
- *erori de etalonare:* deplasarea zeroului la aparatele indicatoare analogice, sau decalibrarea în timp a elementelor de fixare a domeniilor de măsurare (de exemplu șunturile și rezistențele adiționale la un multimetru).

Erorile sistematice instrumentale pot fi puse în evidență pe *caracteristica statică* a aparatului, care reprezintă dependența dintre intrare și ieșire în regim static (atât intrarea X cât și ieșirea Y nu variază pe durata măsurării), *în absența mărimilor de influență*.

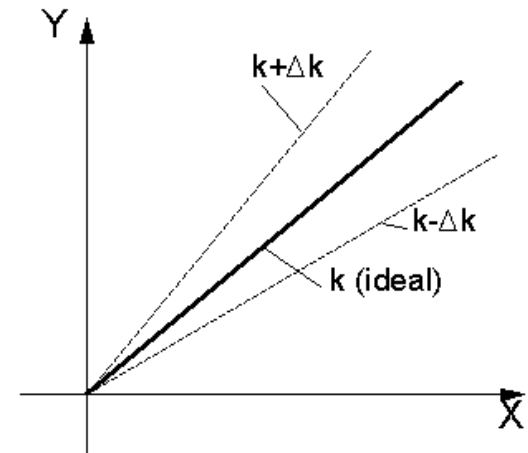
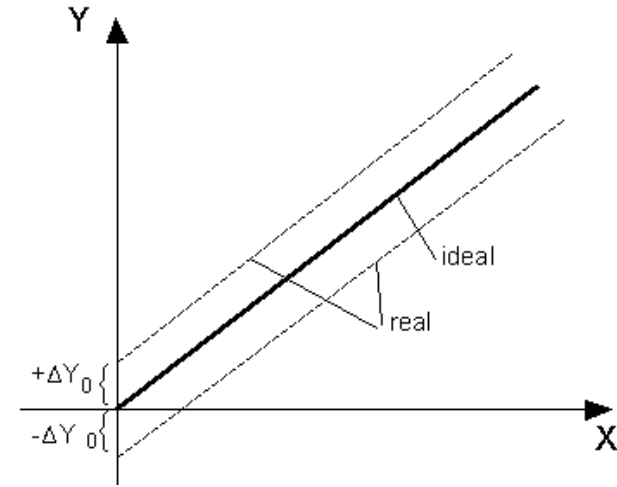
$$Y = f(X) \quad (*)$$

■ Dependența (*) - pentru cazul unei funcții continue - poate fi liniară sau neliniară, în consecință vom avea *caracteristici statice liniare* și *caracteristici statice neliniare*.

Erori sistematice de aparat (instrumentale)

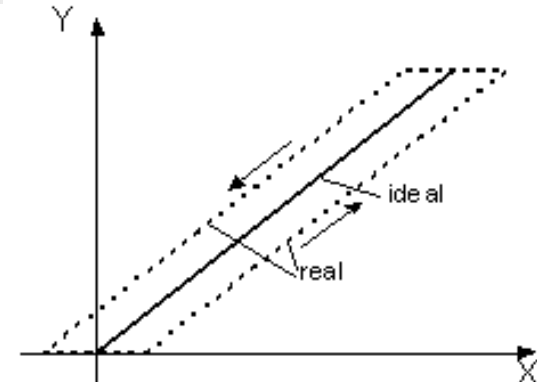
■ Anumite tipuri de erori instrumentale pot fi puse direct în evidență pe caracteristica statică; astfel:

- *eroarea de zero (nul)* – figura.... - are un caracter aditiv (deplasează caracteristica statică în sus sau în jos cu o valoare $\pm \Delta Y_0$), este constantă pe tot domeniul de măsurare al aparatului (de exemplu la un aparat indicator analogic există un reglaj defectuos de "ZERO").
- *eroarea de proporționalitate sau de amplificare neunitară* – figura... - are un caracter multiplicativ, crescând proporțional cu valoarea măsurandului (exemplu un reglaj defectuos de limită superioară la un aparat indicator electronic).



Erori sistematice de aparat (instrumentale)

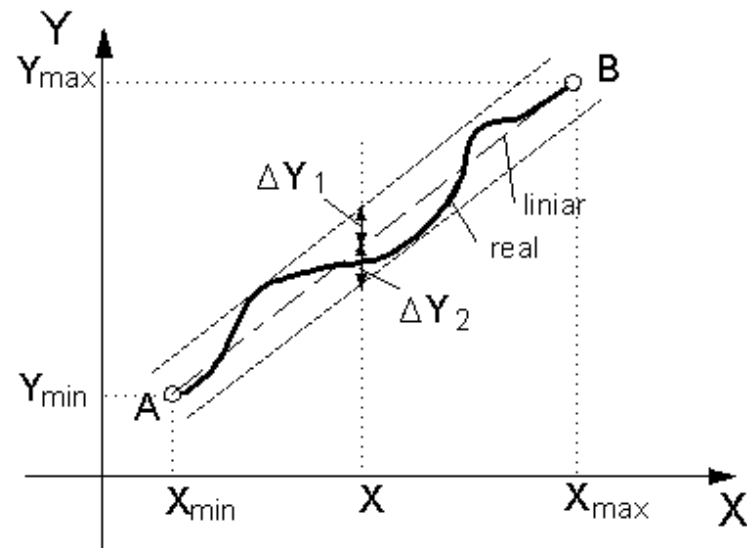
- *eroarea de histerezis* – figura... - depinde de stările anterioare ale aparatului de măsurat (memorează starea anterioară constând în indicații diferite pe sensul crescător și descrescător al variației măsurandului); un exemplu este aparatul feromagnetic la funcționarea în curent continuu.



- *eroarea de neliniaritate (abaterea de la liniaritate)* - figura... - exprimă cantitativ aproximarea caracteristicii statice reale a unui aparat printr-una liniară; în valori relative, eroarea de neliniaritate este

$$\varepsilon_{nel_r} [\%] = \frac{\Delta Y_{\max}}{Y_{\max} - Y_{\min}} \cdot 100,$$

unde $\Delta Y_{\max} = \max \{ |\Delta Y_1|; |\Delta Y_2| \}$



Observație: Erorile evidențiate pe caracteristica statica a aparatului pot fi eliminate sau minimizate.



Eroare admisibilă; corecție

- În practică interesează precizia unei metode sau aparat, adică găsirea unei erori limită care să nu fie depășită ori de câte ori se efectuează măsurarea cu metoda sau aparatul respectiv.
- Se definește *eroarea admisibilă (tolerată)* ΔX_{ad} care poate cuprinde atât erorile sistematice cât și pe cele aleatorii, cu valorile lor maxim posibile, considerate în condițiile cele mai defavorabile de compunere.
- Pentru orice măsurare individuală este satisfăcută dubla condiție $\Delta X_i \leq \Delta X_{ad}$ și $P(\Delta X_i \leq \Delta X_{ad}) = 1$, ceea ce permite determinarea intervalului de încadrare a valorii reale (în una din formele):

$$X \in [V_i - \Delta X_{ad}; V_i + \Delta X_{ad}];$$

$$V_i - \Delta X_{ad} \leq X \leq V_i + \Delta X_{ad};$$

$$X = V_i \pm \Delta X_{ad}.$$

- *Corecția c* reprezintă valoarea cu semn schimbat a tuturor erorilor cunoscute ΔV , care pot fi determinate cert, adică:

$$c = -\Delta V, \quad \text{iar valoarea corectată :} \quad V_c = V_i + c$$



Eroarea instrumentală

- Cantitativ, eroarea instrumentală se exprimă prin *eroarea admisibilă (tolerată)* a aparatului ΔX_{ad} .
- După modul lor de manifestare erorile admisibile pot fi:
 - *erori admisibile de bază (intrinseci)*, care sunt erorile ce apar în condiții de referință riguros precizate (temperatură, umiditate, presiune, șocuri, câmpuri electrice, câmpuri magnetice etc prescrise în standarde și norme sub formă de valori de referință sau intervale de referință);
 - *erori admisibile suplimentare* provocate de variația factorilor de influență în afara valorilor sau intervalelor de referință prescrise.
- Erorile admisibile sunt date sub formă *normată*. Normarea se aplică asupra erorilor admisibile de bază, în timp ce erorile admisibile suplimentare sunt precizate procentual din cele de bază.
- Erorile admisibile de baza normate se pot exprima în una din formele:
 - eroare absolută
 - eroare relativă
 - eroare raportată
 - combinație de eroare relativă și raportată.

Exprimarea erorii admisibile de bază sub formă normată

- Normarea sub formă de *eroare relativă*, se aplică atunci când eroarea absolută variază aproximativ proporțional cu valoarea măsurandului și se scrie:

$$\Delta X_{ad_r} = \pm \frac{|\Delta X_{ad}|}{X} 100 = \pm b [\%] \quad \text{unde } b \text{ este un număr pozitiv adimensional constant.}$$

- Normarea sub formă de *eroare admisibilă raportată* se practică atunci când eroarea absolută este practic constantă pe domeniul de măsurare; se scrie sub forma

$$\Delta X_{ad_R} = \pm \frac{|\Delta X_{ad}|}{X_c} 100 = \pm c [\%] \quad \text{unde } c \text{ este un număr pozitiv adimensional constant.}$$

- Valoarea convențională X_c poate avea una din semnificațiile:
 - limita superioară a domeniului X_{\max} când $X_{\min} = 0$;
 - diferența $X_{\max} - X_{\min}$ (domeniul de măsurare) când $X_{\min} \neq 0$;
 - valoarea nominală a măsurandului X_N , când aceasta este specificată, iar măsurarea se referă la abateri față de valoarea nominală;
 - lungimea scării gradate la aparatele cu scară neliniară.

Exprimarea erorii admisibile de bază sub formă normată

- Intre eroarea admisibilă relativă și cea raportată există relația:

$$\Delta X_{ad,r} = \pm \frac{|\Delta X_{ad}|}{X_c} \cdot \frac{X_c}{X} \cdot 100 = c \cdot \frac{X_c}{X} \xrightarrow{X_c = X_{\max}} = c \frac{X_{\max}}{X}$$

- Normarea, sub forma unor combinații de erori relative și erori raportate, se practică atunci când eroarea absolută are o componentă independentă de valoarea măsurandului și o alta proporțională cu aceasta; sub *formă relativă eroarea admisibilă combinată* se exprimă prin:

$$\Delta X_{ad,r}^c = \pm \left(b + c \frac{X_{\max}}{X} \right)$$

- Sub *formă absolută, eroarea admisibilă combinată*, se exprimă prin:

$$\Delta X_{ad}^c = \frac{X \cdot \Delta X_{ad,r}^c}{100} = \pm (b \cdot X + c \cdot X_{\max}) \cdot \frac{1}{100}$$

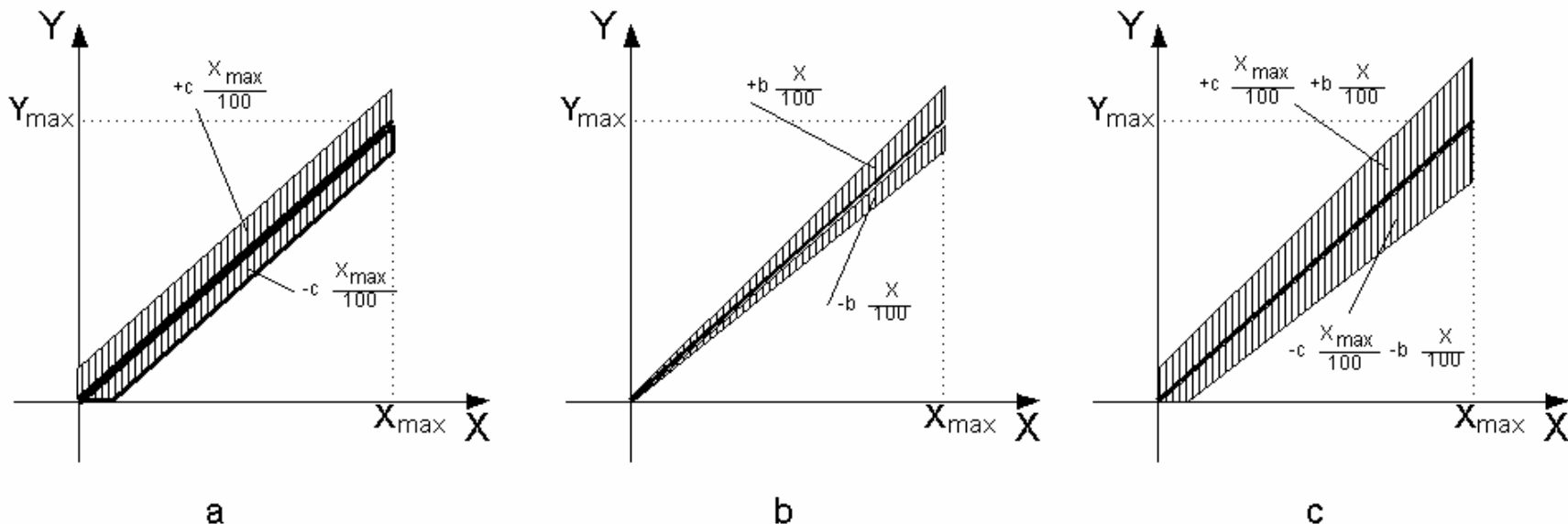
- Dacă se notează cu $b' = b + c$ - evident $b' > c$ - atunci eroarea admisibilă relativă combinată se poate pune sub forma:

$$\Delta X_{ad,r}^c = \pm \left(b + c - c + c \frac{X_{\max}}{X} \right) = \pm \left[b' + c \left(\frac{X_{\max}}{X} - 1 \right) \right]$$

Importanța!

Exprimarea erorii admisibile de bază sub formă normată

■ Ținând seama de modalitățile de exprimare a erorilor admisibile normate de bază, rezultă că acestea se vor reflecta în caracteristica statică printr-o zonă de incertitudine, care poate fi ilustrată - pentru cazul unei caracteristici statice liniare - ca în figura ...



- cazul din fig.a reprezintă efectul erorii raportate constante;
- cazul din fig.b reflectă efectul erorii relative constante;
- cazul din fig.c exprimă efectul erorii combinate dintre o eroare raportată constantă și o eroare relativă constantă.

Exprimarea erorii admisibile de bază sub formă normată

■ *Erorile admisibile suplimentare* sunt date în procente din erorile admisibile de bază, adică:

$$(\Delta X_{ad})_s = p \cdot (\Delta X_{ad})_b$$

unde p reprezintă procentul atribuit lui $(\Delta X_{ad})_s$ pe intervalele de variație ale mărimilor de influență.

■ Rezultă că:

$$(\Delta X_{ad})_{tot} = \pm(\Delta X_{ad})_b \pm (\Delta X_{ad})_s = \pm(1 + p) \cdot (\Delta X_{ad})_b$$

■ Erorile admisibile de bază se regăsesc în forma de prezentare a aparatelor sub denumirea de *clasă de precizie*, care este inscripționată pe panoul acestora sau este specificată în cartea tehnică de însoțire a aparatului.

- Clasele de precizie uzuale sunt: 0,001; 0,002; 0,005; 0,01; 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1; 2; 5 (ultimile 2 ÷ 3 valori pentru aparatura industrială).

Precizări referitoare la eroarea instrumentală

- S-a văzut că *anumite categorii de erori instrumentale* (de zero, proporționalitate, histerezis, de neliniaritate) pot fi puse în evidență pe caracteristica statică și – ca urmare – *pot fi eliminate* (compensate).
- Firesc, **apare întrebarea**: Ce cuprinde termenul ΔX_{ad} evidențiat în clasa de precizie a aparatului?
- **Răspuns**: Deoarece fabricanții de instrumentație folosesc metode și materiale adecvate în realizarea aparatelor, rezultă că termenul ΔX_{ad} conține doar erori sistematice instrumentale cu caracter neidentificabil provocate de surse necontrolabile.
- Evaluarea *erorilor sistematice necontrolabile* se face prin metode statistice, prin estimarea unor intervale în care acestea se situează cu o probabilitate foarte mare (practic 1). Se definesc, în acest sens, intervale $[-\Delta_s, +\Delta_s]$ în care erorile sistematice necontrolabile pot lua orice valoare, deci se admite o repartiție rectangulară (uniformă) pentru această categorie de erori.

Precizări referitoare la eroarea instrumentală

Concluzie finală: Dacă din punct de vedere al factorilor care le produc se evidențiază erori sistematice de metodă, de aparat și de influență, privite d.p.d.v. al modului de evaluare erorile sistematice se grupează în *controlabile* - ale căror valori pot fi deduse pe cale teoretică sau experimentală - și *necontrolabile* - pentru care se evidențiază un interval de încadrare.

Exemplificare: La un aparat analogic de măsurat erorile de consum, de nul și amplificare neunitară intră în categoria erorilor sistematice controlabile, pe când eroarea instrumentală este o eroare sistematică necontrolabilă, adică se consideră $\Delta_s = \Delta X_{ad}$.