

PRELUCRAREA DATELOR EXPERIMENTALE

Abatere (eroare) de masurare

- Datele experimentale se obtin prin *operatii (proces) de masurare* folosind mijloace adecvate de masurare. Vom numi *masurand* sau *marime de masurat* marimea fizica supusa unei operatii de masurare.
- Oricât de perfectionate ar fi metodele si mijloacele utilizate în masurarea unei marimi fizice, rezultatul masurarii va diferi de valoarea reala sau adevarata a marimii fizice.
- → Scopul fundamental al oricarei masurari - determinarea si exprimarea sub forma numerica a valorii marimii de masurat - se realizeaza cu un anumit grad de incertitudine.
- Abaterea rezultatului masurarii fata de valoarea reala (adevarata) a marimii fizice investigate constituie *abaterea (eroarea) de masurare* ΔX_i :

$$\Delta X_i = V_i - X$$

V_i - rezultatul masurarii nr.i, X - valoarea reala (adevarata) a masurandului

- Definitia abaterii (erorii) de masurare are, cu unele exceptii (de exemplu masurari in raport cu un etalon), doar caracter conceptual si nu aplicativ direct, întrucât valoarea reala X a masurandului, în general, nu este accesibila (nu poate fi cunoscuta).

Eroare si incertitudine de masurare

■ Pentru utilizarea notiunii de eroare de masurare s-a introdus notiunea de *valoare conventionala* V a marimii de masurat (masurandului), care înlocuieste valoarea adevarata X , definita ca valoarea determinata prin acele metode, procedee, instrumentatii, astfel încât aceasta sa difere neglijabil fata de valoarea adevarata.

■ Din însasi definitia valorii conventionale V , pe baza careia se exprima *eroarea conventionala* ΔV_i

$$\Delta V_i = V_i - V$$

apar o serie de neajunsuri, legate de imposibilitatea gasirii, în toate situatiile practice, a valorii V .

■ S-a introdus notiunea de *incertitudine de masurare* U , care are aceeasi unitate de masura ca si masurandul, fiind adaugata la rezultatul raportat al masurarii \bar{x} , astfel ca valoarea reala (adevarata) a unei masurari se poate scrie:

$$X = \bar{x} \pm U$$

unde \bar{x} poate fi chiar rezultatul unei masurari individuale V_i sau o estimatie a masurandului obtinuta dupa o operatie de prelucrare asupra unui set de date experimentale (media m_V).

Eroare si incertitudine de masurare - continuare -

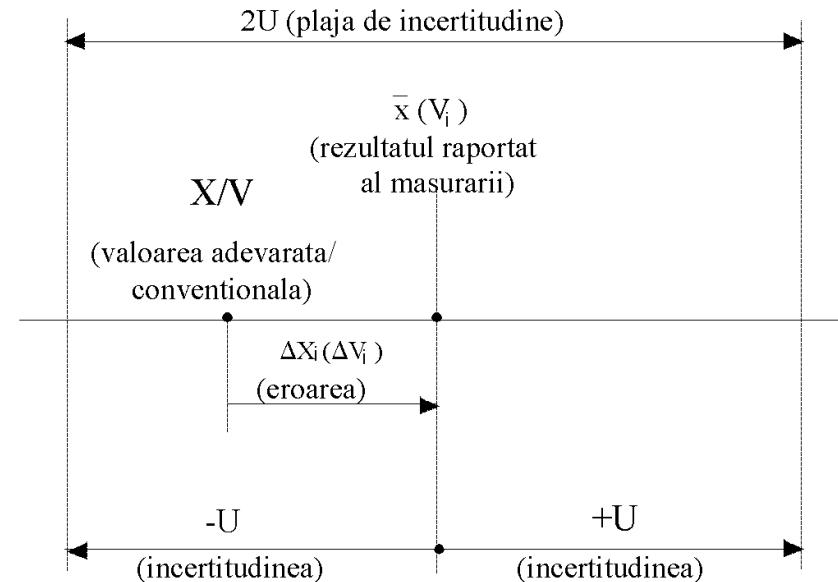
■ Incertitudinea de masurare $\pm U$ presupune: calcule laborioase, apelarea la metode de statistica matematica \rightarrow i se ataseaza o probabilitate $P(U)$, care exprima gradul ei de credibilitate.

■ Atât U cât si $P(U)$ rezulta în urma prelucrării unui numar relativ mare de date, obtinute prin masurari repetate asupra aceluasi masurand.

■ **Avantajul** folosirii incertitudinii de masurare: nu presupune - ca eroarea de masurare - cunoasterea valorii reale a masurandului; **dezavantajul esential:** volumul mare de experimentari si prelucrari.

■ O reprezentare grafica sintetica a celor doua notiuni - eroare si incertitudine de masurare - este ilustrata în figura ...

■ Eroarea de masurare dar, în special, incertitudinea de masurare exprima cel mai important indicator al unei masurari - *precizia* acesteia.



Clasificarea erorilor de masurare



■ Criterii (care sa permita o formalizare matematica riguroasa si determinarea cantitativa a erorilor):

a) dupa caracterul de variatie si valorile pe care le pot lua:

- erori sistematice
- erori aleatorii
- erori grosiere (greseli);

b) dupa marimea de referinta (modul cum se poate exprima referinta):

- erori reale
- erori conventionale;

c) dupa modul de exprimare valorica:

- erori absolute
- erori relative.



Clasificarea a)

- *Erorile sistematice* se caracterizeaza prin aceea ca, la repetarea masurarilor, în aceleasi conditii si asupra aceluiasi masurand, se produc în acelasi sens si au valori constante sau variabile dupa o lege prestabilita (cunoscuta).
- *Erorile aleatorii (întâmplatoare/accidentale)* se caracterizeaza prin faptul ca, la repetarea masurarilor, în conditii identice, asupra aceluiasi masurand, apar diferite atât ca sens cât si ca valoare, nefiind posibil sa se stabileasca reguli de determinare pentru ele; caracterizarea lor poate fi facuta numai în sens probabilistic.

Observatie: In general masurarile sunt afectate de ambele categorii de erori, separarea lor având un caracter metodologic.

- *Erorile grosiere* sunt acelea ale caror valori conduc la denaturari ale rezultatelor, acestea fiind apreciabil diferite de cele obtinute prin masurari similare.

Cauze: Erorile grosiere sunt datorate fie functionarii defectuoase a aparatelor, fie în urma aplicarii gresite a metodei de masurare, fie datorita citirii eronate a indicatiilor aparatului de catre operator.

Important: Determinarile afectate de erori grosiere nu participa la procesul de prelucrare, de aceea se procedeaza la depistarea si inlaturarea acestora.



Clasificarea b)

- *Eroarea reala*, pentru o masurare individuala, reprezinta diferenta ΔX_i dintre valoarea masurata V_i si valoarea reala (adevarata) X a marimii respective, adica:

$$\Delta X_i = V_i - X$$

Observatie: Cu eroarea reala ΔX_i nu se poate opera practic, întrucât valoarea reala X a masurandului nu poate fi cunoscuta.

Consecinta: In practica, în locul lui X se considera *valoarea reala conventionala* V , determinata astfel încât sa fie cât mai apropiata de valoarea reala (vom vedea cum !); se defineste astfel:

- *Eroarea conventionala* a unei masurari individuale, ca fiind diferenta ΔV_i între valoarea masurata V_i si valoarea reala conventionala V , adica:

$$\Delta V_i = V_i - V$$

Comentarii: eroarea reala ΔX_i cât si eroarea conventionala ΔV_i sunt dimensionale, având aceeasi unitate de masura ca si masurandul → se mai numesc si *erori absolute*



Clasificarea c)

- ***Erorile absolute*** utile doar la *aprecierea comparativa* a calitatii mai multor masurari efectuate asupra aceleiasi marimi; ele *nu pot constitui un indicator al preciziei* unei metode de masurare în sine.

Exemplificare: masurarea cu o eroare de ± 1 mm la o lungime de 10.000 mm (metoda este de calitate), fata de o lungime de 10 mm (metoda este de foarte slaba calitate).

In scopul înglobarii informatiei despre masurand s-a introdus notiunea de *eroare relativa*:

- *eroarea relativa reala*:

$$\frac{\Delta X_i}{X} [\%] = \frac{V_i - X}{X} \cdot 100$$

- *eroarea relativa conventionala*:

$$\frac{\Delta V_i}{V} [\%] = \frac{V_i - V}{V} \cdot 100$$

- *eroarea (relativa) raportata*:

$$\frac{\Delta X_i}{V} [\%] = \frac{V_i - X}{V} \cdot 100$$

Prelucrarea datelor experimentale afectate de erori aleatorii

- *Etapele analizei si prelucrarii datelor afectate de erori aleatorii*
- *Postulatele erorilor aleatorii valabile pentru repartitii empirice*
- *Definirea si determinarea valorilor tipice de selectie*
- *Nivel si interval de încredere*
- *Calculul erorilor asupra valorilor medii*
- *Medii ponderate*
- **Combinarea (compunerea) erorilor sistematice si aleatorii**
- **Teste pentru depistarea erorilor grosiere**
- **Prezentarea rezultatelor masurarilor**
- **Aplicarea teoriei informatiei la evaluarea erorilor de masurare**



Etapele analizei si prelucrarii datelor afectate de erori aleatorii

- **Ipoteza de plecare:** se considera ca erorile sistematice sunt absente, adica fie s-a procedat la corectia datelor afectate de erori sistematice fie s-au înlaturat cauzele care produc erorile sistematice.
- Repetând măsurările în aceleasi conditii, asupra aceluasi masurand, rezulta variatii ale rezultatelor care au un caracter aleatoriu, adica datele sunt afectate de erori aleatorii.
- Deoarece un rezultat individual $V_i = X \pm \Delta X_i$, iar $X = ct$, rezulta ca erorile ΔX_i se datoresc fluctuatiilor lui V_i , în consecinta ele (ΔX_i) conserva proprietatile statistice ale masurarilor individuale V_i , adica:

❖ $F(\Delta X_i) = F(V_i)$ - functia de repartitie de probabilitate

❖ $\rho(\Delta X_i) = \rho(V_i)$ - functia de densitate a repartitiei de probabilitate

caracterizeaza statistic erorile.

- Cum caracterizam erorile aleatorii?



Etapele analizei si prelucrarii datelor afectate de erori aleatorii

➤ Pentru caracterizarea erorilor aleatorii, continute în datele experimentale, se aplica **metoda selectiei (esantionului)**, în sensul ca se considera un sir de masurari individuale V_1, V_2, \dots, V_n , în care n se numeste *volumul selectiei* (se spune o selectie de volum n).

■ Metoda selectiei consta în parcurgerea urmatoarelor etape:

A) Deoarece, în forma obtinuta prin experiment, datele constituie o multime dezordonata de valori, se ordoneaza datele V_i în sens crescator, formându-se asa-numita *serie variationala*; rezulta ca V_1 apare de n_1 ori, V_2 de n_2 ori, ..., V_k de n_k ori, cu:

$$V_1 < V_2 \dots V_k \quad \text{si} \quad \sum_{i=1}^k n_i = n$$

➤ **Observatii:**

- seria variationala este limitata de $V_{\min} = V_1$ si $V_{\max} = V_k$
- n_i se numeste *frecventa absoluta de aparitie* a valorii V_i
- $f_i = n_i/n$ se numeste *frecventa relativa de aparitie* a valorii V_i

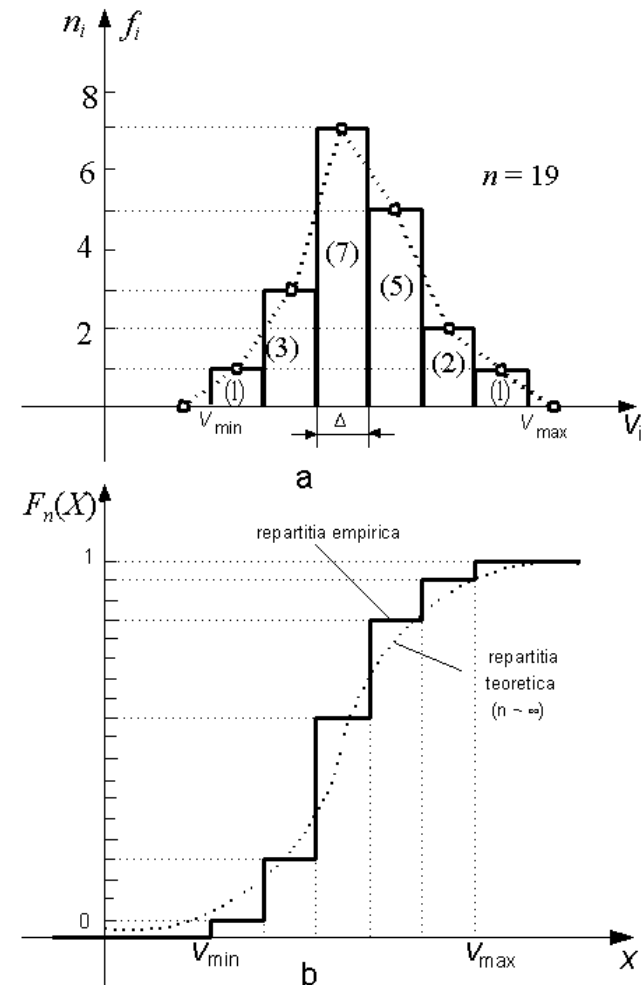
Etapele analizei si prelucrarii datelor afectate de erori aleatorii

B) Se reprezinta rezultatele masurarilor individuale printr-o *histograma* sau printr-un *poligon de frecvente* (fig... a).

➤ Histograma este o reprezentare in plan, pe ordonata considerandu-se *frecventa absoluta de aparitie* n_i , sau *frecventa relativa de aparitie* f_i , iar în abscisa se împarte domeniul valorilor $[V_{\min}, V_{\max}]$ în intervale elementare de lungime Δ , denumite *intervale de grupare sau de clasa*, Δ fiind dat de formula lui Sturges:

$$\Delta = \frac{V_{\max} - V_{\min}}{1 + 3,22 \cdot \lg n}$$

Observatie: Ca punct de plecare în constructia histogramei se considera - în general - valoarea V_{\min} , astfel ca datele se grupeaza în intervalele $[V_{\min} + i\Delta; V_{\min} + (i+1)\Delta)$ deschise la dreapta.



Etapele analizei si prelucrarii datelor afectate de erori aleatorii

- ❖ **Important:** Frecventele relative de aparitie f_i reprezinta probabilitatea empirica de situare a valorii reale (adevarate) X în intervalul $[V_{\min} + i\Delta; V_{\min} + (i+1)\Delta)$.
- ❖ *Prin analogie cu o repartitie teoretica*, histograma, respectiv poligonul de frecvente, reprezinta *functia empirica de densitate a repartitiei de probabilitate* pentru o selectie de date de volum n .
- ❖ Pe baza histogramei se poate determina functia empirica de repartitie $F_n(X)$, pentru un volum de selectie n :

$$F_n(X) = \begin{cases} 0, & \text{pt. } X < V_{\min} \\ \sum_{j=1}^i \frac{n_j}{n}, & \text{pt. } V_{\min} \leq X < V_{\min} + i \cdot \Delta, \quad i=1,2,\dots,k \\ 1, & \text{pt. } X \geq V_{\max} \end{cases}$$

- ❖ **Remarca:** Constructia histogramei, respectiv a poligonului de frecvente, nu a presupus practic decat un singur calcul!

Etapele analizei si prelucrării datelor afectate de erori aleatorii

❖ Pe baza histogramei se poate aprecia:

- aderența repartiției empirice la o repartiție teoretică cunoscută;
- intervalul în care se situează valoarea cea mai probabilă;
- gradul de împrăștiere a datelor cu referire directă la precizia măsurărilor prin prisma erorilor aleatorii.

C) În continuare, *repartiția empirică este prelucrată statistic* în vederea obținerii unor *valori tipice de selecție* ca: media m_v , modul (dominantă) Mo , mediana Me , dispersia de selecție μ , dispersia reală σ , eroarea medie absolută θ etc, care reprezintă indicatori sintetici esențiali pentru evaluarea erorilor aleatorii.

■ ***Postulatele abaterilor (erorilor) aleatorii valabile pentru repartiții empirice:***

1. Erorile aleatorii sunt inerente oricărei măsurări.
2. Cauzele de apariție a erorilor aleatorii sunt independente între ele.
3. Probabilitatea apariției erorilor pozitive este egală cu probabilitatea de apariție a erorilor negative.
4. Frecvența de apariție a erorilor aleatorii de valori mari este mai mică decât frecvența de apariție a erorilor mici (în valoare absolută).

! Postulatele sunt valabile pentru un număr mare de determinări ($n \rightarrow \infty$).